

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică M_mate-info
Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(2a+1)+(2b-1)i=0$ Cum a și b sunt numere reale, obținem $a=-\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{2}$	3p 2p
2.	$\Delta=m^2-4$ $-\frac{m^2-4}{4}=-3 \Leftrightarrow m^2-16=0 \Leftrightarrow m=-4$ sau $m=4$	2p 3p
3.	$\log_3 x = \frac{1}{\log_3 x} \Rightarrow (\log_3 x + 1)(\log_3 x - 1) = 0$ $x = \frac{1}{3}$ sau $x = 3$, care verifică ecuația	3p 2p
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile Pătratele perfecte de o cifră sunt 0, 1, 4 și 9, deci sunt $3 \cdot 4 = 12$ numere naturale de două cifre care au ambele cifre pătrate perfecte, adică sunt 12 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$	1p 2p 2p
5.	Punctele A , B și C sunt coliniare, deci $m_{AB} = m_{BC}$ $\frac{-3-a}{0+1} = \frac{1+3}{1-0} \Leftrightarrow a = -7$	2p 3p
6.	$\sin^2 \frac{\pi}{7} - 2 \sin \frac{\pi}{7} \cos a + \cos^2 a + \cos^2 \frac{\pi}{7} - 2 \cos \frac{\pi}{7} \sin a + \sin^2 a = 2 \Leftrightarrow 2 - 2 \sin \left(\frac{\pi}{7} + a \right) = 2$ Cum $a \in (0, \pi)$, din relația $\sin \left(\frac{\pi}{7} + a \right) = 0$, obținem $a = \frac{6\pi}{7}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$	3p 2p
b)	$\det(A(m)) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & m \\ m & m & 1 \\ 1 & m & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & m+1 \\ m & m & m+1 \\ 1 & m & m+1 \end{vmatrix} = (m+1) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m-2 & m-1 & 0 \\ -1 & m-1 & 0 \end{vmatrix} = (m+1)(m-1)^2$ Matricea $A(m)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(A(m)) \neq 0 \Leftrightarrow (m+1)(m-1)^2 \neq 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$	2p 3p

c)	$A(0) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \det(A(0)) = 1 \neq 0, (A(0))^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 9 & -7 \end{pmatrix}$	3p
2.a)	$x * y = xy - 4x - 4y + 16 + 4 =$ $= x(y - 4) - 4(y - 4) + 4 = (x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
b)	$x * 4 = 4 * y = 4$, pentru x și y numere reale $1 * 2 * 3 * \dots * 2016 = ((1 * 2 * 3) * 4) * (5 * \dots * 2016) = 4 * (5 * \dots * 2016) = 4$	2p 3p
c)	$(a - 4)(b - 4)(c - 4) = 62$, unde a , b și c sunt numere naturale și $a < b < c$ $\begin{cases} a - 4 = -2 \\ b - 4 = -1 \\ c - 4 = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = 35 \end{cases}$ $\begin{cases} a - 4 = 1 \\ b - 4 = 2 \\ c - 4 = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 6 \\ c = 35 \end{cases}$	1p 2p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x(x+1)} = 0$ <p>Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f</p>	3p 2p
b)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2} = 0$ <p>Coordonatele punctului sunt $x = -\frac{1}{2}$ și $y = -4$</p>	3p 2p
c)	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)^n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)^n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right)^n =$ $= \frac{1}{e}$	3p 2p
2.a)	$\int_2^4 \frac{1}{\ln x} f(x) dx = \int_2^4 \frac{1}{\ln x} \cdot \frac{\ln x}{x} dx = \int_2^4 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _2^4 =$ $= \ln 2$	3p 2p
b)	$\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = \int_1^e \left(-\frac{1}{x} \right)' \ln x dx = -\frac{1}{x} \ln x \Big _1^e + \int_1^e \frac{1}{x^2} dx =$ $= -\frac{1}{e} - \frac{1}{x} \Big _1^e = 1 - \frac{2}{e}$	3p 2p
c)	<p>Cum $x \in [1, e]$, obținem $0 \leq \ln x \leq 1$, deci $0 \leq \frac{\ln x}{x^{n+1}} \leq \frac{1}{x^{n+1}}$, pentru orice număr natural n</p> $0 \leq \int_1^e \frac{\ln x}{x^{n+1}} dx \leq \int_1^e \frac{1}{x^{n+1}} dx = -\frac{1}{n} \left(\frac{1}{e^n} - 1 \right)$ și cum $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{n} \left(\frac{1}{e^n} - 1 \right) \right) = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_1^e \frac{f(x)}{x^n} dx = 0$	2p 3p